

1. त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाओं पर आधारित सवाल (TRIGONOMETRIC IDENTITIES)

प्रकार (TYPE)	सवाल (QUESTION)
सर्वसमिका का अनुप्रयोग	यदि $\sec \theta + \tan \theta = 3$ है, तो $\sec \theta$ का मान ज्ञात कीजिए।
हल (SOLUTION)	$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$ (सर्वसमिका) $\implies (\sec \theta - \tan \theta)(\sec \theta + \tan \theta) = 1$ मान रखने पर: $(\sec \theta - \tan \theta)(3) = 1$ $\sec \theta - \tan \theta = \frac{1}{3}$ (समीकरण II) दिया गया है: $\sec \theta + \tan \theta = 3$ (समीकरण I)। और II को जोड़ने पर: $2 \sec \theta = 3 + \frac{1}{3} = \frac{9+1}{3} = \frac{10}{3}$ $\sec \theta = \frac{10}{3} \times \frac{1}{2}$
उत्तर (ANSWER)	$\sec \theta = \frac{5}{3}$

2. विशिष्ट कोणों के मान पर आधारित सवाल (SPECIFIC ANGLE VALUES)

प्रकार (TYPE)	सवाल (QUESTION)
मान निर्धारण	$4 \sin^2 60^\circ + 3 \tan^2 30^\circ - 8 \sin 45^\circ \cos 45^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।
हल (SOLUTION)	विशिष्ट मान रखने पर: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ व्यंजक $= 4 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 3 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 8 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 4 \left(\frac{3}{4}\right) + 3 \left(\frac{1}{3}\right) - 8 \left(\frac{1}{2}\right) = 3 + 1 - 4$
उत्तर (ANSWER)	0

3. पूरक कोणों पर आधारित सवाल (COMPLEMENTARY ANGLES)

प्रकार (TYPE)	सवाल (QUESTION)
गुणनफल का मान	$\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdots \tan 89^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।
हल (SOLUTION)	सूत्र: $\tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta$ इस गुणनफल में, पदों के जोड़े (Pairs) 1° और 89° , 2° और 88° , आदि में हैं, जिनका योग 90° है। $\tan 89^\circ = \tan(90^\circ - 1^\circ) = \cot 1^\circ$ $\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ = \tan 1^\circ \cdot \cot 1^\circ = 1$ सभी जोड़े 1 बन जाएँगे। मध्य पद $\tan 45^\circ$ अकेला बचेगा। गुणनफल $1 \times 1 \times \cdots \times \tan 45^\circ$ है।
उत्तर (ANSWER)	1

4. ऊँचाई और दूरी पर आधारित सवाल (HEIGHT AND DISTANCE)

प्रकार (TYPE)	सवाल (QUESTION)
एक ही तरफ से अवलोकन	एक टावर के पाद (Foot) से 60 मीटर दूर स्थित एक बिंदु से टावर के शीर्ष (Top) का उन्नयन कोण (Angle of Elevation) 60° है। टावर की ऊँचाई (h) ज्ञात कीजिए।
हल (SOLUTION)	समकोण त्रिभुज में: $\tan \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$ $\tan 60^\circ = \frac{h}{60}$ मान रखने पर: $\sqrt{3} = \frac{h}{60}$ $h = 60 \times \sqrt{3}$
उत्तर (ANSWER)	$60\sqrt{3}$ मीटर

5. अधिकतम और न्यूनतम मान पर आधारित सवाल (MAXIMUM AND MINIMUM VALUES)

प्रकार (TYPE)	सवाल (QUESTION)
अधिकतम मान ज्ञात करना	$10 + 5 \sin \theta$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।
हल (SOLUTION)	हम जानते हैं कि $\sin \theta$ का अधिकतम मान +1 होता है। अधिकतम मान प्राप्त करने के लिए $\sin \theta$ का मान 1 रखने पर: अधिकतम मान = $10 + 5(1)$ अधिकतम मान = $10 + 5$
उत्तर (ANSWER)	15

6. संयुक्त कोणों पर आधारित सवाल (COMPOUND ANGLES)

यह प्रकार $\sin(A \pm B)$ और $\cos(A \pm B)$ जैसे सूत्रों का उपयोग करता है।

प्रकार (TYPE)	सवाल (QUESTION)
मान ज्ञात करना	$\cos 105^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।
हल (SOLUTION)	$\cos 105^\circ$ को $\cos(60^\circ + 45^\circ)$ के रूप में लिखा जा सकता है। सूत्र: $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$ $\cos 105^\circ = \cos 60^\circ \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \sin 45^\circ$ $\cos 105^\circ = \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$
उत्तर (ANSWER)	$\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ (या $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$, परिमेयकरण के बाद)

7. त्रिकोणमितीय समीकरण (TRIGONOMETRIC EQUATIONS)

इस प्रकार में, आपको एक समीकरण दिया जाता है और आपको चर (θ) का मान ज्ञात करना होता है।

प्रकार (TYPE)	सवाल (QUESTION)
समीकरण हल करना	यदि $2 \sin \theta - 1 = 0$ और $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ है, तो θ का मान ज्ञात कीजिए।
हल (SOLUTION)	$2 \sin \theta = 1 \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2}$ हम जानते हैं कि $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ होता है। चूँकि 30° दिए गए अंतराल 0° से 90° के बीच आता है।
उत्तर (ANSWER)	$\theta = 30^\circ$

8. दोहरे कोण (Double Angles) और अर्ध-कोण (Half Angles) पर आधारित सवाल

यह प्रकार $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$ या $\tan 2\theta$ के सूत्रों का उपयोग करता है।

प्रकार (TYPE)	सवाल (QUESTION)
मान ज्ञात करना	यदि $\tan \theta = \frac{1}{2}$ है, तो $\tan 2\theta$ का मान ज्ञात कीजिए।
हल (SOLUTION)	सूत्र: $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ $\tan 2\theta = \frac{2(\frac{1}{2})}{1 - (\frac{1}{2})^2} \tan 2\theta = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} \tan 2\theta = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$
उत्तर (ANSWER)	$\frac{4}{3}$